

# NSI : leçon n°3 : La machine de Turing.

---



## 1. Un modèle théorique.

---

En 1936, Alan Turing, pour définir précisément le concept d'algorithme, présente un modèle théorique de machine de calcul universel. Cette machine abstraite est un modèle mathématique qui permet de définir ce qui peut-être calculable.

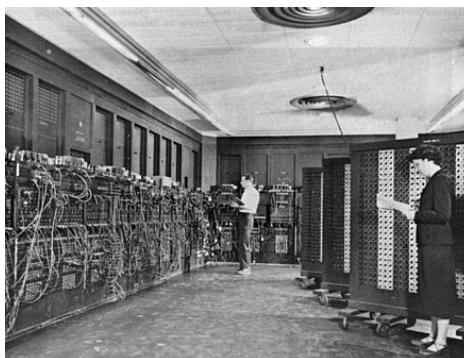
La machine de Turing comporte 4 éléments :

- un ruban infini de cases sur lesquelles on peut lire ou écrire des symboles définis, un symbole "blanc" permet de définir une case vide, le ruban peut se déplacer vers la droite ou la gauche,
- une tête de lecture/écriture fixée sur le ruban et qui permet de lire ou d'écrire sur le ruban,
- un registre d'état qui mémorise l'état courant de la machine. Le nombre d'états possibles est fini et un état spécial nommé "état de départ" permet de définir l'état initial de la machine,
- une table d'actions ( ou de transitions ) qui indique les actions que doit faire la machine.

Une vidéo présentant une machine de Turing réalisée à l'aide de legos :

<https://videotheque.cnrs.fr/doc=3001>

C'est ce modèle théorique qui est implémenté dans nos ordinateurs.



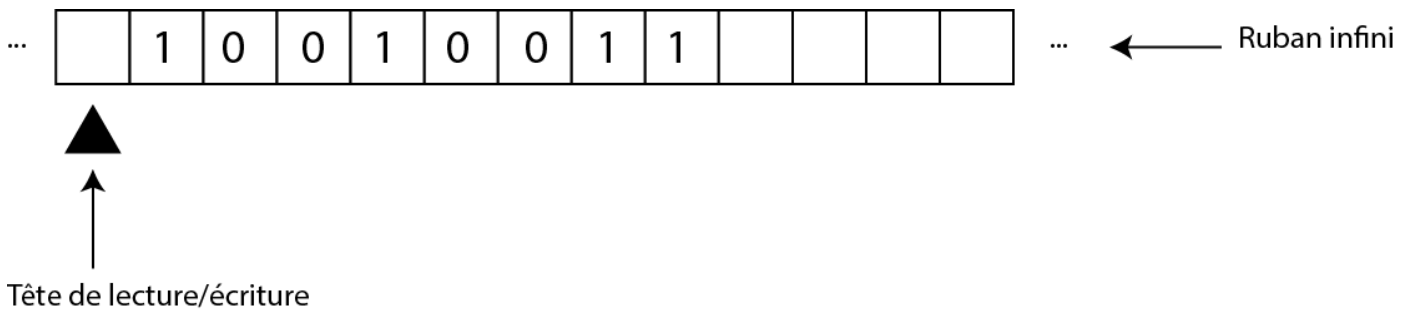
Ordinateur Eniac, photo prise entre 1947 et 1955.

## Exemples de mise en oeuvre de la machine de Turing :

---

## Exercice 1

On considère la machine de Turing ci-dessous :

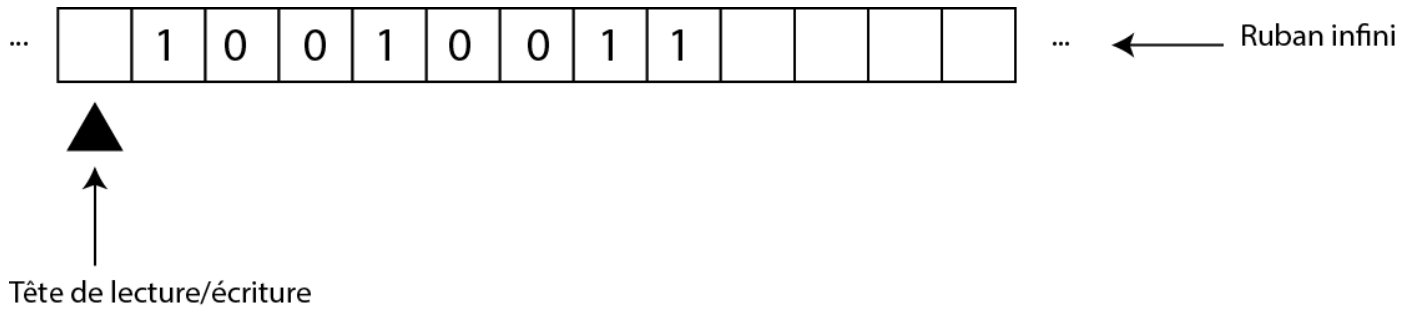


| registre d'état | Table d'actions |      |       |                       |         |
|-----------------|-----------------|------|-------|-----------------------|---------|
| e1              | Etat            | Lit  | Ecrit | déplace le ruban vers | suivant |
|                 | e1              | VIDE | VIDE  | gauche                | e2      |
|                 | e2              | 0    | 0     | gauche                | e2      |
|                 |                 | 1    | 1     | gauche                | e2      |
|                 |                 | VIDE | VIDE  | droite                | e3      |
|                 | e3              | 0    | 1     | droite                | fin     |
|                 |                 | 1    | 0     | droite                | e3      |
|                 |                 | VIDE | 1     | droite                | fin     |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |

- a) Tester ce qu'effectue cette table d'actions ( on complétera le registre d'état au fur et à mesure. )
- b) Si l'on considère que ce qui est écrit sur le ruban est un nombre en binaire, qu'effectue comme opération mathématique cette table d'actions ?

## Exercice 2

En considérant toujours que le nombre inscrit sur le ruban est un nombre en binaire, compléter la table d'actions pour que cette machine de Turing effectue une multiplication par 2.

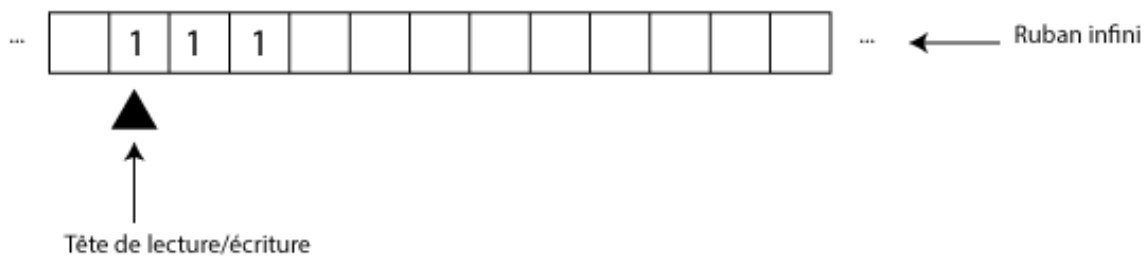


| registre d'état | Table d'actions |      |       |                       |         |
|-----------------|-----------------|------|-------|-----------------------|---------|
| e1              | Etat            | Lit  | Ecrit | déplace le ruban vers | suivant |
|                 | e1              | VIDE | VIDE  | gauche                | e2      |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |
|                 |                 |      |       |                       |         |

Pour vérifier : un simulateur de machine de Turing sur le site Interstices <https://interstices.info/comment-fonctionne-une-machine-de-turing/>

### Exercice 3

On considère à présent que les symbole "0" et "vide" sont équivalents, et la machine de Turing suivante :



| registre d'état | Table d'actions |     |       |                                     |         |
|-----------------|-----------------|-----|-------|-------------------------------------|---------|
| e1              | Etat            | Lit | Ecrit | déplace la tête de lecture/écriture | suivant |
|                 | e1              | 0   |       |                                     | Arrêt   |
|                 |                 | 1   | 0     | droite                              | e2      |
|                 | e2              | 1   | 1     | droite                              | e2      |
|                 |                 | 0   | 0     | droite                              | e3      |
|                 | e3              | 1   | 1     | droite                              | e3      |
|                 |                 | 0   | 1     | gauche                              | e4      |
|                 | e4              | 1   | 1     | gauche                              | e4      |
|                 |                 | 0   | 0     | gauche                              | e5      |
|                 | e5              | 1   | 1     | gauche                              | e5      |
|                 |                 | 0   | 1     | droite                              | e1      |
|                 |                 |     |       |                                     |         |
|                 |                 |     |       |                                     |         |
|                 |                 |     |       |                                     |         |

a) Appliquer cette table d'actions.

b) Si le nombre inscrit sur le ruban est un nombre écrit en binaire, quelle est l'opération mathématique qu'effectue cette table d'actions ?

#### Exercice 4

On considère la table d'actions suivante :

| egistre d'état | Table d'actions |     |       |                                     |         |
|----------------|-----------------|-----|-------|-------------------------------------|---------|
| e1             | Etat            | Lit | Ecrit | déplace la tête de lecture/écriture | suivant |
|                | e1              | 0   | 0     | droite                              | e2      |
|                |                 | 1   | 0     | droite                              | e2      |
|                | e2              | 1   | 1     | droite                              | e1      |
|                |                 | 0   | 1     | droite                              | e1      |
|                |                 |     |       |                                     |         |
|                |                 |     |       |                                     |         |

a) Qu'effectue-t-elle ?

Pour en savoir plus sur Alan Turing : un numéro spécial de la revue du CNRS :

<http://www.cnrs.fr/fr/pdf/jdc/Turing/pubData/source/HS-Turing.pdf>

<https://interstices.info/alan-turing-itineraire-dun-precurseur/>

Sur la machine de Turing :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Machine\\_de\\_Turing](https://fr.wikipedia.org/wiki/Machine_de_Turing)