

Automatismes de calculs : Calculs algébriques

Somme, produit, distribuer, développer, factoriser.

On appelle **somme** en mathématique l'opération consistant à **additionner** ou soustraire différents **termes**.

$3x - 5 + 2x + 9$ est une somme constituée de **4** termes.

On dit que l'on réduit ou simplifie une somme lorsque l'on regroupe ensemble les termes de même nature.

$$3x - 5 + 2x + 9 = 3x + 2x - 5 + 9 = \mathbf{5x + 4}$$

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes.

$$5x + 3 - 2x + 7 - 3x^2 = \mathbf{3x + 10 - 3x^2}$$

$$4t + 2y - 8t + 6y + 2xy = \mathbf{-4t + 8t + 2xy}$$

$$3x + 5 - (2x + 7) = 3x + 5 - 2x - 7 = \mathbf{x - 2}$$

On appelle **produit** en mathématique l'opération consistant à **multiplier** différents **facteurs**.

$3x$ est un produit constitué de **2** facteurs.

On dit que l'on réduit ou simplifie un produit lorsque l'on regroupe ensemble les facteurs de même nature, éventuellement à l'aide de puissances.

$$5x \times 3x^2 \times 2y \times y = \mathbf{30x^3y^2}$$

Exercice 2

Simplifier les produits suivants

$$3x^2 \times (-3y) \times 5 \times y = \mathbf{-45x^2y^2}$$

$$4a \times 5a \times \frac{1}{2a} = \mathbf{10a}$$

Exercice 3

Identifier si les expressions suivantes sont des sommes ou des produits. Préciser leurs termes ou facteurs.

$(x + 5)(9 - 2x)$ est un **produit de facteurs $x + 5$ et $9 - 2x$**

$3x + 2(x - 5)$ est **la somme des termes $3x$ et $2(x - 5)$**

$8x - 3(2x + 6)$ est la somme des termes $8x$ et $-3(2x + 6)$

Simple distributivité

On a :

$$5(x + 3) = 5 \times (x + 3) = x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3$$

$$5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$$

On dit que l'on a alors distribué 5 à $(x + 3)$

$5(x + 3)$ est un produit,

$5x + 15$ est une somme

L'action de passer d'un produit à une somme s'appelle développer

Double distributivité

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x(x + 2) - 3(x + 2)$$

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x \times x + 2x \times 2 - 3 \times x - 3 \times 2$$

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + 4x - 3x - 6$$

on peut alors simplifier

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + x - 6$$

$(2x - 3)(x + 2)$ est un produit,

$2x^2 + x - 6$ est une somme

On a donc développé $(2x - 3)(x + 2)$ pour obtenir $2x^2 + x - 6$

Exercice 4

Développer et simplifier les expressions suivantes

$$5x + 3(x - 2) = 5x + 3x - 6 = 8x - 6$$

$$(2x + 1)(5 - x) = 10x - 2x^2 + 5 - x = -2x^2 + 9x + 5$$

$$2(5 - x) - 8x = 10 - 2x - 8x = 10 - 10x$$

$$(a + 3)(a - 2) - 8a = a^2 - 2a + 3a - 6 - 8a = a^2 - 7a - 6$$

$$(2x - 3)^2 = (2x - 3)(2x - 3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$5 - 3(2x + 3)^2 = 5 - 3(2x + 3)(2x + 3) = 5 - 3(4x^2 + 6x + 6x + 9)$$

$$5 - 3(2x + 3)^2 = 5 - 3(4x^2 + 12x + 9) = 5 - 12x^2 - 36x - 27 = -12x^2 - 36x - 22$$