Démonstrations et arithmétique

Exercice 1

Montrer que la somme de 2 nombres pairs est un nombre pair.

Soit a et b deux nombres pairs,

alors il existe k et k' entiers naturels tels que :

a=2k et b=2k'
On a alors $a + b = 2k + 2k' = 2(k + k')$

donc $a + b$ est bien un nombre pair.

Exercice 2

Montrer que la somme de 2 nombres impairs est un nombre pair.

Soit a et b deux nombres impairs,

alors il existe k et k' entiers naturels tels que :

a=2k+1 et b=2k'+1
On a alors $a + b = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1)$

donc $a + b$ est bien un nombre pair.

Exercice 3

Montrer que le produit de 2 nombres pairs est un nombre pair.

Soit a et b deux nombres pairs,

alors il existe k et k' entiers naturels tels que :

a=2k et b=2k'
On a alors $a \times b = 2k \times 2k' = 4kk' = 2 \times (2kk')$

donc $a \times b$ est bien un nombre pair.

Exercice 4

Montrer que le produit de 2 nombres impairs est un nombre impair.

Soit a et b deux nombres impairs,

alors il existe k et k' entiers naturels tels que :

a=2k+1 et b=2k'+1
On a alors :
$a \times b = (2k + 1) \times (2k' + 1) = 4kk' + 2k + 2k' + 1$
$a \times b = 2(2kk' + k + k') + 1$
donc $a \times b$ est bien un nombre impair.